Ⅱ　実　　践

＜実践例　１＞　第１学年　空間図形　平成３０年６月・７月・平成３１年２月

（福　島　譲　二）

１．単　元　　空間図形　　～図形の見方をひろげる～

２．目　標

（１）空間図形の観察、操作や実験を通して、空間図形に関心を持ち、それらの性質を積極的に調べようとする。（数学への関心・意欲・態度）

（２）空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されたものとして捉えたり、平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすることができる。（数学的な見方や考え方）

（３）いろいろな立体を見取図や投影図、展開図に表すことができる。また、扇形の弧の長さと面積、柱体や錐体、球の表面積や体積を求めることができる。（数学的な技能）

（４）空間図形の性質や空間図形における平面が決定する意味、直線や平面の位置関係について説明することができる。（数量や図形などについての知識・理解）

３．指導にあたって

（１）教材観

中学校の図形の学習では、図形の観察や操作、実験などの活動を通して図形の性質や関係を直感的に捉え、演繹的な論証によってその正しさを確かめていく。そのため、証明の第一歩となる図形を直感的に見る力を伸ばし、論証の基礎を培っていくことが必要である。

小学校では、身の回りの立体を観察したり分類したりして、立体の性質や構成について調べてきている。特に、角柱と円柱については、見取図と展開図のかき方や体積の求め方、立方体と直方体については、辺と面の位置関係を学習してきた。

本単元では、錐体や正多面体まで立体の種類を増やして性質を調べる。そして、具体的な立体の辺や面の位置関係から抽象化された空間における直線や平面の位置関係に拡張し、空間概念を養っていく。さらに、空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるという視点で捉えたり、立体の見取図や投影図、展開図を目的に応じて用いることで空間図形から平面図形に帰着させ考察したりする。また、立体の表面積や体積は、既習事項や、模型を用いた実験による測定により求め方を導いていく。

これらの学習は、中学校第３学年の「三平方の定理」の立体の対角線や表面上の点の距離を求めることや「相似な図形」の影の長さから校舎の高さを求めることなどにつながる重要な単元である。また、技術科では、今後プラスチックや木材を加工して家具を作成する。その際、本単元の投影図の見方が図面の作成に活きるなど、他教科での学習の基礎となる。

（２）生徒観

レディネステストの結果では、生徒は立体の名称や直方体の体積の求め方、三角柱の見取図と展開図を比較し辺と辺の対応を確認する問題は概ねできている。そのため、柱体や錐体の展開図をかいたり、表面積や体積を求めたりすることは抵抗なく取り組むことができると予想される。しかし、三角柱の体積の求め方で斜辺と底辺を間違えたり、直方体の展開図から見取図をかく問題については面と面の並行や垂直の表現ができずゆがんだ見取図をかいたりする生徒が複数見られた。そのため、表面積や体積を求めるために必要な情報を正しく読み取ることや、立体を見取図や投影図で表現したり、投影図から立体をイメージしたりすることに戸惑う生徒がいることが予想される。

前単元の平面図形では、折り紙を用いて工夫して正三角形を折ったり、その折り方で正三角形になる理由を考えたりする授業を行った。その際、角度が６０度になるように折ろうとしたり、３辺が等しくなるように折ろうとしたりするなど試行錯誤しながら正三角形の折り方を考えていた。また、正三角形になる理由を伝える場面では、三角形の内角の和や対称図形の性質を使いながら積極的に伝える姿があった。そのため、課題に対して粘り強く考察したり、仲間と協力して解決しようとしたりすることが期待できる。

（３）指導観　～目指す生徒の姿に近付けるために～

数学科では、３年間の学習を通して目指す生徒像を「数学的活動で磨いた力を発揮し、様々な問題を数学の舞台にのせて解決できる生徒」としている。そのために、第１学年では、多くの数学的活動を経験し数学的な見方や考え方を深め、新たな課題や疑問を見つけようとする態度を育てていきたいと考えている。

本単元での授業における、資質・能力を発揮している生徒の姿を、「見取図、展開図、投影図のそれぞれの特徴を知り、必要に応じて見取図、展開図、投影図に表して立体を考察することができる。」とした。

そのために、立体の見取図、展開図、投影図をかき、それぞれの良さや欠点を確認することで、必要に応じて必要な見取図、展開図、投影図を選択して使い分ける力を育てたい。さらに、展開図や投影図から見取図をかいたり、立体を作ったりすることで、図から立体をイメージする力や空間での辺や面の位置関係を捉える力を育てたい。また、学んだことや疑問に感じたことを振り返り記録していくことで、単元を通して自己の学びの変容を実感したり、新たな疑問や課題を見つけ学んだことを活かし解決していこうとしたりする探究心を養いたい。

特に、本時の立面図と平面図から表される立体を求める学習では、立体を１つに決めるために側面図を用いる。複数の側面図を考える活動を通して、投影図の良さに気付き、数学的な考え方を深めたりしていくことを期待している。さらなる探究的な態度を育てるために、立面図、平面図に側面図の視点を加えても、１つに決めることのできない立体の存在を伝える。その立体を作ろうとしたり、その立体を平面に表すためにはどうすれば良いかを考えたりすることを期待する。また、投影図の考えが使われている設計図を紹介することで、学習の有用性を実感したり、身の回りにある投影図を使っているものを探そうとしたりすることを期待する。

４．単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
空間図形の観察、操作や実験を通して、空間図形に関心を持ち、それらの性質を積極的に調べている。	空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されたものとして捉えたり、平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりしている。	いろいろな立体を見取図や投影図、展開図に表している。また、扇形の弧の長さと面積、柱体や錐体、球の表面積や体積を求めている。	空間図形の性質や空間図形における平面が決定する意味、直線や平面の位置関係について説明している。

５．学習計画（１５時間計画）

学習活動（時数）	目指す生徒の姿（観点）	教師の手立て
１．立体の性質を調べる。　（２）	立体の面の種類や形状、位置関係などに着目して、特徴をまとめている。　（関・技・知）	柱体と錐体の特徴を捉えさせるために、三角柱、三角錐、四角柱、四角錐、円柱、円錐の６つの立体を様々な視点で仲間分けさせる。
２．立体の投影図をかく。　（２） 本時は２／２	立体の投影図をかいたり、投影図から立体を読み取ったりしている。　（技・知）	立体の立面図、平面図を見やすくするために、立体にプロジェクターの光をあて、スクリーンに映った影を見せる。
	立面図と平面図から可能性のあるすべての立体の側面図をかいている。　（関・考・技）	可能性のあるすべての立体を求めさせるために、模型を用意してかいた側面図が適切か検討させたり、求め方を説明し合わせたりする。
４．直線や平面の位置関係を調べる。　（２）	空間における平面の決定条件や直線、平面の位置関係を説明している。　（考・技）	空間における直線や平面の位置関係について捉えさせるために、直方体や三角柱の辺や面の位置関係に着目させる。
５．平面図形の運動によって構成された立体の見取りをかく。（１）	平面図形を平行移動、回転移動させて構成される立体の見取り図をかいている。　（技・知）	立体をイメージさせるために、PC を使いながら、平面図形を積み重ねたり、軸を中心に回転させたりする映像を見せる。

６．立体の展開図をかく。（３）	立体の見取図から展開図をかいている。（技）	角錐や円錐の展開図をかかせるために、模型を準備し実際に展開させる。
	正多面体の数が５つしかないことを角度に注目して説明している。（考）	正六角形以上の多角形を１つの面に持つ正多面体をつくることができないことを、１つの頂点に集まる角度の和を求めさせることで気付かせる。
７．立体の展開図と表面積を求める。（３）	立体の表面積を求めている。（技）	各面の形や面積を正確に捉えさせるために、展開図をかかせる。
８．立体の体積を求める。（２）	立体の体積を求めている。（技）	角柱と角錐、円柱と円錐、球の体積の関係に気付かせるために、底面積と高さが等しいそれぞれの立体模型を用意し、水を入れて実験する。

６．本時の学習活動　（４／１５）

（１）目　標

立面図と平面図だけでは決まらない立体の存在に気付き、側面からの視点を含め立体を考察することができる。

（２）展　開

学習活動【学習形態】	目指す生徒の姿	教師の手立て
１．投影図から立体を予測する。 【個・一斉】	・投影図を基に、立体を予測している。 ・正四角柱　・円柱 ・三角柱	・側面からの視点の必要性に気付かせるために、立面図と平面図だけでは決まらない立体の投影図を用意する。 ・立体を１つに決めるためには、何が分かればよいかを考えさせる。
（問題１）　下の投影図で表された立体は何ですか。 立面図　平面図 		
２．投影図から立体を予想する。 【課題の設定：一斉】	・投影図から予想される立体が１つではないことに気付いている。	・予測される立体が１つではないことに気付かせるために何人かの生徒の考えを発表させる。
（問題２）　下の立面図、平面図で表される立体を考えなさい。 立面図　平面図 		
３.投影図から考えられる立体をすべて予想する。【情報収集：個】	・投影図から考えられる立体の側面図を複数かいている。	・可能性のある立体を、３つの図を使って表現させるために、側面図のかき方を確認する。
４．立体が全部で何通りあるか求める。 【整理･分析：グループ】	・かいた側面図が適切かどうかを、立体をつくり確かめている。 ・全部で何通りあるかを、工夫して数えている。	・側面図が適切かどうかを確かめられるように、積み木を班ごとに用意する。 ・数えおとしがないようにするために、積み木を動かして考えさせる。
５．本時を振り返る。 【まとめ・表現：一斉】	・側面からの視点を加える良さに気づくことができている。	・側面図の有用性を実感させるために、側面図を活用した例を示す。

（３）評価とその方法

立面図と平面図だけでは決まらない立体の存在に気付き、側面からの視点を含め立体を考察することができているかを、活動３、４の記述内容や発表内容で評価する。

（４）授業の実際

◇学習活動１について

「(問題１)」の投影図から最初に予想する立体は、四角柱（直方体）であった。教師が他の立体からつくった投影図であることを伝えることで、生徒は予想を裏切られた形となり、問題に引き込まれていった。その後、数名の生徒が円柱の存在や三角柱の存在に気付き、図形をただひとつに決めるためには側面からの視点が必要であることを全員で確認した。

◇学習活動２について

多くの生徒が、「(問題２)」の投影図で表される立体は１つではないことに気付くことができていた。そこでの生徒の「たくさんあるよ」「いくつあるのかな」というつぶやきから、「下の立面図、平面図で表される立体を抜けなく全て数えあげなさい」という課題をつくりあげた。

◇学習活動３・４について

自分たちでつくりあげた課題であるため、多くの生徒が意欲的に学習活動に取り組んだ。側面図のみをいくつかかいている生徒に、つくった側面図と側面図のみをかいている理由を発表させることで、思いつかずに困っている生徒や考え方が間違っていた生徒に考える見通しを持たせることができた。それでも側面図をイメージすることが難しい生徒には、積み木を実際に操作させることで、課題に適した側面図を見つけさせた。

ランダムに側面図をかく生徒、自分なりの決まりをつくって決まりに従って積み上げ方を工夫して側面図をかく生徒など様々見られた。

自分なりの決まりをつくって決まりに従って積み上げ方をくふうしている生徒の考え方を全体で共有することで、ものの見方の新たな視点を学ばせることができた。

◇学習活動５について

【生徒の振り返りから】

・立面図、平面図だけでは決まらなくても、側面図を加えると図形がただ一つに決まることが分かった。
・やみくもに側面図をかくと、どれをかいたか分からなくなってしまった。決まりを見つけるなど、数え逃しがなくなるような工夫ができるようにしていきたい。
・側面図をすべてかかなくても、決まりを見つけて数えると、全部で何通りあるかを調べることができることがわかった。
・小学校の時に学習した図を使っての調べ方が一番分かりやすかった。

【授業後のつながり】

授業の終末で、側面図を使っている身近な例として、校舎の設計図を PC で見せた。後日、マンションの説明会で側面図が使われていたといいにきた生徒がいた。（学習したことが、日常生活に生きた例）

授業後、技術の授業で木材を使い本棚を作成する授業を行った。その設計図を作成する学習の中で、数学で学習したことをつぶやいた生徒がいた。（学習した内容が他教科とつながった例）

７．授業を終えて

【６回の授業実践を比較して、事後研究会から】

実践を通しての成果（〇）と課題（▲）は以下の通りである。

〇▲投影図から考えられる立体を全て見つけさせるために、はじめの２クラスでは、活動３の最初から全員にブロックを配布し、実際に調べることができる環境をつくった。しかし、手元にブロックがあると図形をかく必要性が失われてしまい、側面からの視点の良さを実感させることができなくなった。そこで次のクラスからは、必要に応じてブロックを与えることにした。そうすることで、念頭操作で立体をイメージし、イメージした立体をかく必要性がうまれ、側面図の良さを実感させることやかく際に側面図だけをかけばよいことに気付かせることができた。また、活動４になってからブロックを与えたことで、念頭操作したことがあっていたかを確認したり、抜けなく数えるための決まりを見つける手助けになったり、説明する場面で使うことで相手に説明が分かりやすくなったりした。同じ教具を扱うにしても、教具を与える場面によって、生徒の思考力・判断力・表現力の育成に大きな違いをもたらすことを実感した。

〇▲自分なりの決まりをつくって効率的に図形を見つけさせるために、「抜けなく全通り調べるためにはどう調べればよいか」と発問することで、工夫して図形を探そうとする生徒が増えた。生徒に思考力・判断力・表現力を養わせるための発問になった。情報収集（学びの見通し）や整理分析（教科の本質に迫る思考力・判断力・表現力の育成）させるために発問を工夫することで、その後の生徒の活動の様子が変化していくことを実感した。しかし、同じ題材で、「枝分かれ図」を使って課題解決をはかった生徒がいたクラスや、側面図をランダムにかく生徒が多く抜けがないように数え上げるための決まりをみつける生徒が少ないクラスもあった。整理・分析の場面でどのような手立てをとると、「枝分かれ図」を使うなどの数え上げ方を工夫する生徒を増やせるかさらに検討していく必要がある。毎回の授業で、この繰り返しが見方・考え方を育てることになるのではと助言頂いた。