

1. 単元 一次関数 ～太陽光発電は必要？～

2. 単元目標

1. 一次関数の意味を理解し、事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知ることができる。また、二元一次方程式を、関数を表す式とみることができる。

(知識及び技能)

2. 事象の中にある2つの数量の変化や対応の特徴を見だし、一次関数として捉え、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。(思考力、判断力、表現力)

3. 事象の中には、一次関数として捉えられるものがあることに興味をもち、一次関数を問題の解決に活用しようとする。また、その過程を振り返って評価・改善しようとする。

(学びに向かう力、人間性等)

3. 指導にあたって

(1) 生徒観

これまでの学習の様子から本学級の生徒たちは、事象について考察する際、その結果を予測しながら何をどのように用いて解決していくのかという解決の見通しをもつことや、根拠を明確にしながらかその結果を説明することが苦手な傾向があった。見通しをもつことや論理的に説明することは生徒の日常生活でも必要とされる力である。そのため、その重要性を理解させながら身に付けさせていきたい。また、数学的に考察した後に現実の世界に戻して再思考するという経験も不足しており、数値や式など数学的に表現されたものの本来の意味を理解していないようであった。しかし、第1学年の年度末に作成した数学のレポートでは、日常生活などから問題を見つけて自分で調べてきたため、生徒にその素地はあると考えられる。そのため、授業で学んだことが社会の現実とつながるという数学的に考察するよさをさらに感じさせていきたい。

(2) 教材観

具体的な事象を数学的に考察していく際、2つの数量の変化や対応を調べていく関数的な見方や考え方が必要とされることがある。特に動的な対象の場合は、その傾向がある。しかし、関数関係は通常目で見ることにはできないため、認識することが難しい。そのため、表、式、グラフを用いて視覚的に捉えている。そして、それらから関数関係が見いだされた事象については、その関係が成り立つ範囲において変化や対応の様子を把握することができる。また、日常生活や社会の事象の場合は、事象を理想化したり単純化したりして、その中にある関係を関数とみなして処理することで未知の状況を予測することができるようになる。だからこそ、これからの予測不可能な社会を生きることになる生徒にとっても関数を学ぶ意義は大きい。中学校の関数領域では、第1学年では比例・反比例、第2学年では一次関数、第3学年では関数 $y = ax^2$ を学習する。第2学年では、比例では捉えることができなかった具体的な事象の関数関係を、一次関数として捉えて考察していく。さらに、この関数的な見方や考え方は、他の領域の学習の捉え直しにもなるため、事象を多角的にみることにもつながっていく。

(3) 指導観 ～目指す生徒の姿に近付けるために～

本単元での授業における、資質・能力を発揮している生徒の姿を、以下のように考えている。

具体的な事象を、一次関数として捉え考察し、それを根拠に未知の状況について予測したことを説明することができる。

数学科では、3年間の学習を通して、「数学的活動で磨いた力を発揮して、様々な問題を数学の舞台にのせて解決できる生徒」の育成を目指している。目指す生徒像を具現化するために、関数領域においては、「具体的な事象を関数的な見方や考え方をを用いて考察し、それを根拠に事象を説明する生徒」を育てたいと考えている。そのため、第2学年では、具体的な事象を、一次関数として捉えて考察する力を付けさせていく。

①本単元で付けさせたい資質・能力

本単元では、日常生活や社会の事象、数学の事象の中にある一次関数の関係を表、式、グラフを用いて見だし、それを根拠として事象についてさらに詳しく調べたり、未知の状況を予測したりする活動を、単元を通して行う。その際、目的意識や解決の見通しをもたせることや、表、式、グラフから情報を正確に読み取り、それらを根拠に事象について説明することを重視していきたい。これは、全教科で重視して育む資質・能力③「知識や技能、経験の生かし所を見いだす力」と④「場に応じて判断基準をつくる力」を高めることにつながると考える。

②手立て

学習を進めるにあたり、特に以下の点に留意する。

- ・課題解決の見通しをもたせるために、何を明らかにしようとするのかという目的意識をもたせ、事象をどのように解釈して数学の対象にするのかを明確にし、目的に応じて表、式、グラフを適切に選択させる。
- ・具体的な事象の中から一次関数の関係を見いださせるために、表の場合は x と y の値はどのように変化し、どのように対応しているか、変化の割合はいくつで何を表すのか。式の場合は x の係数と定数が何を表すのか。グラフの場合は傾きと切片はいくつで何を表すのかということに常に着目させる。
- ・誤差が生じる実際のデータを一次関数とみなして考えさせるために、事象を理想化、単純化してグラフをかかせ、それから必要な場合は表や式に表すという課題解決の方法を紹介する。
- ・事象を一次関数として捉えることで未知の状況を予測できるよさに気付かせるために、太陽光発電など生徒の現在の知識だけでは容易に判断できない課題を設定し、将来のことを数学的に考察するきっかけを与える。
- ・事象について考察したことを根拠に説明させるために、結論だけではなく、表、式、グラフのどれを用いてどのように考えたかという考察の方法や理由を述べる機会を設定する。その際、数学的に考察して出た結論を現実の世界に戻すとどのようなことがわかるか、新たに考えられる問題はあるかということを考えさせ、事象を数学的に考察することのよさや多角的な視点から事象を捉える重要性に気付かせる。

- ・自分の思考の変容を把握させたり、自分の日常生活や社会の事象を関数的に捉えさせたりするために、授業で学んだことや他の人の考えから学んだこと、今後数学的に考えてみたい事象などを、授業の最後に振り返りカードに記入させる。そして、単元終了後に一次関数に関する課題を自分で設定してレポートを作成させる。

4. 単元の評価基準

知識及び技能	思考力、判断力、表現力	学びに向かう力、人間性等
一次関数の意味を理解し、事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知っている。また、二元一次方程式を、関数を表す式とみている。	事象の中にある2つの数量の変化や対応の特徴を見だし、一次関数として捉え、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現している。	事象の中には、一次関数として捉えられるものがあることに関心をもち、一次関数を問題の解決に活用しようとしている。また、その過程を振り返って評価・改善しようとしている。

5. 学習計画（15時間計画）

★本単元での授業における資質・能力の発揮につながる姿とそのための手立て

学習活動（時数）	目指す生徒の姿（観点）	教師の手立て
1. 具体的な事象の中にある2つの数量の関数関係について調べる。（2）	・水槽に水を入れる時間と水位の変化や対応を調べることを通して、2つの数量の間にある一次関数の関係を見いだししている。（知・技）（学・人） ・2つの数量の変化の様子を調べ、その変化の割合を求めることができる。（知・技）（思・判・表）	・一次関数の関係を見いだしさせるために、既習事項である比例や反比例の表、式、グラフの特徴と比較させる。 ・変化の割合を求めさせるために、表を用いて2つの変化の様子を調べさせる。また、変化の割合が一定になるという一次関数の特徴に着目させるために、変化の割合が一定ではない反比例と比較させる。
2. 一次関数のグラフをかく。（2）	・傾きと切片を用いて、一次関数のグラフをかくことができる。（知・表） ・一次関数の特徴を説明することができる。（知・表）	・一次関数のグラフをかかせるために、はじめは変化の割合との関係を調べさせたり、比例のグラフと比較させたりする。そして、それらを踏まえて傾きと切片を用いさせる。 ・一次関数の関係を捉えさせるために、表、式、グラフそれぞれの特徴と、それらを相互に関連付けて統合的にまとめさせる。

3. いろいろな場合についての直線の式を求める。(2)	・グラフから直線の式を求めることができる。(知・技) ・1点の座標と傾き、2点の座標などの条件が与えられたときの直線の式を求めることができる。(知・技)	・直線の式を求めさせるために、グラフから傾きと切片を読み取らせる。 ・直線の式の求め方には複数の方法があることに気付かせるために、グラフをかかせたり、連立方程式をつくらせたりする。
4. 二元一次方程式のグラフをかく。(1)	・二元一次方程式を、関数を表わす式とみてグラフをかくことができる。(知・技)	・二元一次方程式を、関数を表わす式とみることができるとに気付かせるために、式を変形させてからグラフをかかせる。
5. グラフを用いて連立方程式の解を求める。(1)	・連立方程式の解と2つのグラフの交点の関係に気づき、グラフを用いて連立方程式の解を求めることができる。(知・技)	・連立方程式の解と2つのグラフの交点の座標の関係に気付かせるために、連立方程式の解を、グラフを用いて解かせたり、2直線の交点の座標を計算で求めさせたりする。
6. 具体的な事象を、一次関数として捉えて考察することができる。 (本時7/7) ①距離・速さ・時間 ②動点問題 ③100mの世界記録 ④新幹線の速さ ⑤電気料金 ⑥太陽光発電	★日常生活や社会、数学の事象を、一次関数として捉え考察し、それを根拠に未知の状況について予測したことを説明することができる。 (学・人)(思・判・表)	★具体的な事象を、一次関数として捉えて考察させるために、一次関数の関係がある事象を課題に設定し、考察の方法などを確認しながら解決させる。

6. 前時の学習活動（14／15）

（1）目 標

表、式、グラフを用いて、電気料金を使用量の一次関数として捉え、1ヶ月の電気料金を求めることができる。

（2）展 開

学習活動【学習形態】	目指す生徒の姿	教師の手立て
課題 電気料金のしくみを調べ、1ヵ月の料金を求めよう。		
1. 電気料金のしくみについて調べる。 【個→一斉】	・電気料金を使用量の一次関数として捉えている。	・電気料金を使用量の一次関数として捉えさせるために、表、式、グラフを用いて考えさせる。
<重点を置いた数学科の資質・能力を発揮している姿> ★電気の使用量と料金の変化や対応の特徴を表、式、グラフから見だし、一次関数として捉えている。 例) ・表から変化の割合が一定であることに気付く。 ・ $y = ax + b$ の式が成り立つことに気付く。 ・ グラフが直線になることに気付く。		★表、式、グラフから特徴を見いださせるために、それらをどのようにつくったか、どこに着目してどのような特徴に気付いたか説明させる。
2. 電気料金を求める。 【個→一斉】	・式とグラフのそれぞれのよさに気付きながら、電気料金を求めている。	・文字に代入することで正確な値がわかる式、おおよその値がすぐにわかるグラフなどのよさに気付かせるために、複数の月の電気料金を求めさせる。
3. 本時を振り返る。 【個】	・授業で学んだことや、一次関数について今後調べてみたいことなどを振り返りカードに記入している。	・自分の学びの変容に気付かせたり、レポートの課題設定のヒントにしたりするために、振り返りカードを記入させる。

（3）評価とその方法

表、式、グラフを用いて、電気料金を使用量の一次関数として捉え、1ヶ月の電気料金を求めることができているかを、活動1・2のプリントへの記入内容や発表内容から評価する。

(4) 授業の実際

はじめに、次のような問題を出題した。

問. ある電力会社の1ヶ月の電気料金で、次のようなプランがあります。

	使用電力量	料金単価
基本料金		1 0 0 0 円
電力量料金	最初の 120kwh まで	1 kwh 2 0 円
	120kwh をこえ 300kwh まで	1 kwh 2 5 円
	300kwh をこえる	1 kwh 3 0 円

1ヶ月の電気の使用量が 1 9 6 kwh のとき、電気料金はいくらになりますか。その理由も説明しなさい。

生徒は、以下のように考えて電気料金を求めた。

- $1000 + 120 \times 20 + (196 - 120) \times 25 = 5300$
- $120 \times 20 + (196 - 120) \times 25 = 4300$
- $1000 + 196 \times 25 = 5900$
- $196 \times 25 = 4900$

正しい答えを確認した後、はじめから文字式で表そうとしていた生徒もいたため、「文字式に表すとどのようになるか」「一次関数の関係であるかどうか」について考えさせた。

- ① $y = 20x + 1000 \quad (0 \leq x \leq 120)$
- ② $y = 25x + 400 \quad (120 \leq x \leq 300)$
- ③ $y = 30x - 1100 \quad (300 \leq x)$

①はすぐに式をつくることができたが、②③は式をつくることができなかった生徒もいたため、全体で一つ一つの数値が何を表すのかということを確認しながら進めた。式をつくった後に、 $x = 196$ を代入して料金を求めると、式のよさに気付いたようであった。

また、「グラフをかいて、一次関数かどうか判断する」という生徒もいたため、目盛りを全体で統一した後にグラフをかかせた。その際、 $(0, 1000)$ $(120, 3400)$ $(300, 7900)$ $(360, 9700)$ の座標をとってグラフをかく生徒が多かった。

7. 本時の学習活動（15／15）

（1）目 標

電気料金を使用年数の一次関数として捉え、その変化の様子を表、式、グラフを用いて考察することができる。

（2）展 開

学習活動【学習形態】	目指す生徒の姿	教師の手立て
1. 解決の見通しをもたせる。 【一斉】	・使用電力量や電気料金などの必要な情報をあげたり、考察の方法を考えたりしている。	・「自分は将来、太陽光発電を設置するかどうか」という問題を与え、その解決の見通しをもたせるために、どのような情報から、何を求めれば判断できるか考えさせる。
課題 電気の使用年数と料金の変化の様子を表、式、グラフに表そう。		
2. 電気の使用年数と料金の変化の様子を考察する。 【個→一斉】	・表、式、グラフを用いて、太陽光発電を使用したときと未使用のときの電気料金を求めている。	・将来の電気料金を求めさせるために、料金は使用年数の一次関数であることを捉えさせる。
<重点を置いた数学科の資質・能力を発揮している姿> ★課題解決の見通しをもちながら、表、式、グラフの中から適切な方法を選択し、考察している。 例) 太陽光発電を設置した場合、何年後に元を取ることができるかを調べるために、電気料金を式に表し、連立方程式を解いて正確な値を求めている。		★適切な方法で考察させるために、表現方法の選択理由や表現した後に読み取ったり求めたりしたこと明確にさせる。
3. 考察したことを説明する。 【一斉】	・表、式、グラフを用いて、根拠を明確にしながら考察したことを説明している。	・根拠を明確にするために、表現方法の選択理由や考察の方法とその結論を説明させる。また、様々な考察のよさに気付かせるために、説明の後に、その正しさなどを検討させる。
4. 学習を振り返る。 【一斉→個】	・電気料金以外に考察が必要なものをあげている。 ・授業で学んだことや、一次関数について今後調べてみたいことなどを振り返りカードに記入している。	・太陽光発電の保証期間や CO₂ の排出量など、電気料金以外の問題をあげさせ、実際は他にも考慮するものがあることに気付かせるとともに、新たな課題とする。 ・自分の学びの変容に気付かせたり、レポートの課題設定のヒントにしたりするために、振り返りカードを記入させる。

（3）評価とその方法

電気料金を使用年数の一次関数として捉え、その変化の様子を表、式、グラフを用いて考察することができるかを、活動2・3のプリントへの記入内容や発表内容から評価する。

(4) 授業の実際

◇学習活動1について

生徒が挙げた必要と考えられる情報は、以下の通りであった。

・設備、設置費	・発電量	・天気	・保証期間	・電気の使用量
---------	------	-----	-------	---------

料金などは、生徒から挙げられなかったため、教師が情報を与えた。そして、今回は次のように数値を仮定した。

・設備、設置費：150万円	・発電量：1ヶ月200kwh	・売電料金：1kwh30円
・保証期間：15年	・電気の使用量：1ヶ月700kwh	
・電気料金：基本料金2000円、1kwh20円		

その後、これらの情報から生徒たちは、

何年後にお得になるか。

という課題を見出したため、これについて考察することにした。

その際、使用年数と料金の関係を「一次関数」と答える生徒がいたため、「一次関数として考える」ということを伝え、表、式、グラフに表させた。しかし、一次関数の関係であることをあまり理解できていない生徒も多かったため、一次関数であるかどうかの判断も含めて考えさせた。また、何を変数 x 、 y にするのかということについても与えられた情報から自分たちで決めさせた。

◇学習活動2、3について

生徒は、以下のような方法で課題を解決しようとした。

・(設備、設置費) ÷ (1年間で節約した金額) で求める。
・1年、2年・・・の表をつくる。
・式をつくる。使用年数を x 年、使用料金を y 円とする。 $y = 192000x$ 、 $y = 120000x + 1500000$ $y = 192000x$ 、 $y = -72000x + 1500000$
・式をつくった後にグラフをかく。

式を全体で取り上げ、それぞれの数値が何を表すのか確認し、その後方程式を解いて元を取ることができる年数を求めた。また、「設置費がもっと安くなったら設置する」と考えた生徒がいたため、グラフを用いて切片がいくつくらいになったら設置するかということも考えさせると、グラフのよさに気付く生徒もいた。

◇学習活動4について

【生徒の振り返りより】

- ・最初は今、地球温暖化などもあるので、太陽光発電は必要だと思っていたが、実際に式を求めてみると元を取るまでに思ったより年数がかかり予想外だった。こういったものは将来性などもよく考えなければいけないと思った。
- ・グラフに表すことで、交点を使うと求めたいことを求めることができるとわかった。
- ・環境面について、二酸化炭素排出量を計算してみようと思った。
- ・電気料金だけでなく、太陽光発電を設置した場合得なのかを、一次関数を利用して調べることができたので、生活に役立つということを改めて知った。水道や携帯電話料金なども一次関数を利用して得か損か求めることができると思った。
- ・自分の家に太陽光発電はついているが、実際どれだけのお金がかかっているのかということを知っていていなかったため、とてもよい学びになった。自分の家は損をしていないか考えてみたい。また、将来家を建てる时候にも一次関数が使えようをしっかり学びたい。
- ・料金だけで考えると、利益はうまれてくるが、交換の費用や維持費や壊れてしまったときなども含めると利益はうまれてこないと思った。環境のためという目的でつけている人が多いのかなと思った。
- ・今回は設置しないという人が過半数だったが、最近設置する人が増えているということはそれだけいいことがあるからだと思うので、そこを調べてみたい。

8. 授業を終えて

実践を通しての成果（○）と課題（▲）は以下の通りである。

- 探究型を意識した授業として必要な情報から生徒に考えさせたため、はじめはどのように解決していくか見通しをもてないこともあり、生徒は多少混乱した。しかし、必要な情報を共有した後、課題解決のある程度の見通しを全体で確認してから考察させたことで、何を用いてどのように考えていけばよいのか理解しながら解決しようとしていた。このような課題解決のプロセスを身に付けさせるためには、今回のような授業を行うことも必要と考える。
- ▲式やグラフなど、生徒が表現したものをきちんと言葉で説明させることで、考察の過程を生徒自身が再確認するとともに、それらの正誤を検討することもできた。しかし、表、式、グラフの表現方法の選択理由はあいまいであった。表現方法も見通しをもって選択できるように、単元を通してそれぞれの特徴を捉えさせていきたい。
- ▲1つの課題で表、式、グラフそれぞれのよさに気付かせるのは難しく、今回の課題は、グラフをかく必要性が生徒にとってあまりなかった。元を取ることができる年数を求めた後に、設備、設置費が安くなった場合を考えさせるときにはじめてグラフのよさに気付くことができていた。そのため、太陽光発電を売るセールスマンになってプレゼンテーションをするなど相手意識をもって説明させる課題を設定すると、よりわかりやすく伝えるために生徒はグラフを活用すると思われる。関数の授業では、課題によって表、式、グラフのどの表し方に重きを置くかも考えていきたい。
- ▲太陽光発電を設置するかどうかという課題は、中学生にとって現実離れしている。このような社会における事象を扱うときは、生徒によって関心や知識に差があるようであった。そのため、太陽光発電を設置する家庭が増えてきた理由などの背景を理解させる手立てを講じ、その差を埋めてから課題についてより深く考えさせていきたい。