

# 論文内容要旨（和文）

平成 21 年度入学 大学院博士後期課程  
地球共生圏科学専攻 数理科学 分野  
氏 名 孟 凡寧 印

論文題目 The maximal ideal cycles over two-dimensional Brieskorn complete intersection singularities  
(2次元ブリスコーン完全交叉特異点の極大イデアルサイクル)

複素特異点論において、基本的な問題は、特異点解消を求める不変量を調べることである。複素2次元正規特異点  $(V, o)$  に対して、その極大イデアルサイクル  $M$ , すなわち,  $(V, o)$  の局所環の極大イデアルの零でない関数の特異点解消上の因子の例外的な部分にあらわれる最小の正のサイクルは、特異点解消の解析的不変量である。一般に、極大イデアルサイクルをとらえることは困難である。この学位論文では、2次元ブリスコーン完全交叉特異点を考え、その最小良特異点解消上で極大イデアルサイクルを把握することを目的とする。

複素曲面の正規特異点に対して、良特異点解消の例外集合の重み付き双対グラフ  $\Gamma$  によって、特異点の位相が決定されるということは知られている。その基本サイクル  $Z$ , すなわち、例外集合の全ての既約成分  $E$  に対して  $FE \leq 0$  を満たす正サイクル  $F$  の中で最小のものは、特異点解消の位相的不変量であり、重み付き双対グラフ  $\Gamma$  によって決定される。極大イデアルサイクル  $M$  は特異点解消の解析的不変量であり、一般には、重み付き双対グラフ  $\Gamma$  によって決定することは出来ない。これらのサイクルの定義から不等式  $Z \leq M$  を得る。それゆえに、 $Z = M$  であるか否かを問うのは自然な問題である。有理特異点、最小楕円型特異点、有理ホモロジー球面をリンクにもつ弱楕円型ゴレンスタイン特異点、そしてある条件を満たす超曲面特異点に対して、最小特異点解消上でこの等式は成り立つ。2次元ブリスコーン完全交叉特異点に対して、我々は極大イデアルサイクルと基本サイクルの具体的な表現を与え、それらが一致するための条件と、特異点が小平特異点になるための条件を与える。

この論文の内容は二つの部分に分かれている： Preliminaries と The main results である。

Preliminaries では、特異点と特異点解消、特異点の解消に役に立つ道具であるブロウイングアップについて、いくつかの基本的な事実を導入する。我々は巡回商特異点も導入し、巡回商特異点上のサイクルについていくつかの基本的な事実を証明する。今野一宏と長島大祐はブリスコーン超曲面特異点を考察し、基本サイクルと極大イデアルサイクルの具体的な記述を与えている。我々はブリスコーン超曲面特異点の一般化である2次元ブリスコーン完全交叉特異点を考察する。ブリスコーン超曲面特異点の結果と我々の結果を比較するために、最後の節で今野一宏と長島大祐の主な結果を述べる。

氏　名 孟　凡寧

第二部分では我々の主結果を述べる。最初に今野一宏と長島大祐による、鍵となる結果を示し、都丸正の結果を応用して巡回被覆経由で2次元ブリスコーン完全交又特異点の良解消の構成を与える。それから、良特異点解消の情報から、座標関数の引き戻しの因子を計算する。その結果より基本サイクルとその極大イデアルサイクル、そして、これらのサイクルが一致するための条件を具体的に記述する。さらに、同伴公式を応用して標準サイクルを計算し、基本種数を計算する。最後に、我々は2次元ブリスコーン完全交又特異点が小平特異点であるための条件を与える。

# 学位論文の審査及び最終試験の結果の要旨

平成25年8月7日

理 工 学 研 究 科 長 殿

## 課程博士論文審査委員会

主査 奥間智弘印

副査 佐藤圓治印

副査 遠藤龍介印

副査 \_\_\_\_\_印

副査 \_\_\_\_\_印

副査 \_\_\_\_\_印

学位論文の審査及び最終試験の結果を下記のとおり報告します。

## 記

### 1. 論文申請者

専攻名 地球共生圏科学専攻  
氏名 孟凡寧

### 2. 論文題目（外国語の場合は、その和訳を併記する。）

The maximal ideal cycles over two-dimensional Brieskorn complete intersection singularities  
(2次元ブリスコーン完全交叉特異点の極大イデアルサイクル)

### 3. 審査年月日

論文審査 平成25年 7月25日～平成25年 8月6日  
論文公聴会 平成25年 8月 6日  
場所 理学部1号館 14番講義室  
最終試験 平成25年 8月 6日

### 4. 学位論文の審査及び最終試験の結果（「合格」・「不合格」で記入する。）

(1) 学位論文審査 合格  
(2) 最終試験 合格

### 5. 学位論文の審査結果の要旨（1,200字程度）

別紙のとおり

### 6. 最終試験の結果の要旨

別紙のとおり

別 紙

専 攻 名	地球共生圏科学専攻	氏 名	孟 凡寧
学位論文の審査結果の要旨			
<p>学位論文では、複素 2 次元ブリスコーン完全交叉特異点の特異点解消および極大イデアルサイクルの研究を行っている。学位論文は、研究対象に関する複素 2 次元特異点の基礎事項と先行結果をまとめた第 1 章および主題をまとめた第 2 章からなる。各章は五つの節からなる。</p> <p>第 1.1 節と第 1.2 節では、複素正規特異点と特異点解消の概念を導入し、平面曲線特異点の良特異点解消と曲面上の曲線の交点数の理論について論じている。第 1.3 節では 2 次元正規特異点の特異点解消の基礎事項を解説している。良解消と最小解消を定義し、特異点解消空間上の例外集合の重み付き双対グラフを定義し、特異点解消空間上の基本サイクルを定義してその構成について論じた後、極大イデアルサイクルを導入している。第 1.4 節では、主結果の証明に欠かせない巡回商特異点とその特異点解消について解説し、例外集合上のある種の最小性を持つサイクルの特徴づけに関するいくつかの補題を証明している。第 1.5 節では、今野氏と長島氏によるブリスコーン超曲面特異点の結果を解説している。本論文の主結果はそれらの一般化である。</p> <p>第 2.1 節では、ブリスコーン完全交叉特異点の、良い性質を持つ部分特異点解消の構成を行っている。実際、その部分解消は巡回特異点を持つが、特異点解消の情報をそこから抽出することが可能である。特異点を平面上の分岐被覆としてとらえ、分岐集合の部分解消から出発し、巡回被覆を繰り返しながら座標関数の因子と巡回特異点の情報をとらえる手法を導入している。第 2.2 節と第 2.3 節では、第 2.1 節の結果を用いて良特異点解消上の例外集合の重み付き双対グラフ、座標関数の因子、基本サイクル、標準サイクルを具体的に記述し、基本的な不変量の公式を導いている。第 2.4 節では、極大イデアルサイクルを具体的に記述し、それが基本サイクルと等しくなるための簡潔な条件を得ている。第 2.5 節では、これまでの結果を用いて、ブリスコーン完全交叉特異点が小平特異点になるための簡潔な条件を与えている。</p> <p>本研究の成果をまとめた論文は、数学の専門学術誌 <i>Kyushu Journal of Mathematics</i> に掲載が決定しており、その内容は日本数学会 2013 年度年会でも発表済みである。</p> <p>複素 2 次元特異点論において、特異点解消から特異点の情報を抽出することは基本的であり、近年活発に研究されている。しかし、極大イデアルサイクルは解析的な不変量であって位相的な不変量ではないため、これを捉えることは非常に困難であり一般論がない状況である。本学位論文における手法と結果の記述はともに具体的であり、そこに特徴がある。また、その手法は別種の擬齊次超曲面特異点にも応用可能である。このように、本学位論文は独自性を有し、有用な知見を含んでいる。</p> <p>以上のことから、本論文は博士（理学）学位論文としての水準を満たしていると判断し、合格と判定した。</p>			
最終試験の結果の要旨			
<p>本学の規定に従い、本学位論文の内容を中心とした 60 分の口頭発表と質疑応答の後、口頭試問による最終試験を行った。その結果、本学位申請者は、研究対象に関する知識と研究を推進する能力など、博士（理学）として必要とされる能力を有していると認められた。したがって最終試験を合格と判定した。</p>			