論文内容要旨（和文）

平成 14 年度入学 大学院博士後期課程
システム情報 工学専攻 生体数理情報学 講座
学生番号 02522305
氏　名 齋藤 歩

（英文の場合は，その和訳を（　）を付して併記すること。）

論文題目　　境界要素法の高速化と精度向上に関する数値的研究

自然現象や工学的問題の多くは偏微分方程式の初期値・境界値問題で記述できる．しかしながら，同問題を解析的に求めることは一部の例外を除いて不可能である．それ故，コンピュータを用いて，同問題は数値的に解かれてきた．数値解法として，差分法，有限要素法，境界要素法が知られている．

差分法や有限要素法は対象領域全体を離散化しなくてはいけないのに対して，境界要素法は境界のみを離散化するだけでよいという素晴らしい利点をもつ．しかしながら，同法は 2 つの固有の欠点をもっている．第 1 の欠点は，偏微分方程式の初期値・境界値問題を境界要素法を用いて離散化した場合，同問題は対角優位性をもたない係数行列をもつ連立一次方程式（境界要素型連立一次方程式）に帰着することである．言い換えれば，第 1 の欠点は Red-Black Gauss-Seidel 法や SOR 法に代表される定常反復法を同方程式の解法として採用することができないことを意味する．上記理由により，従来，Gauss の消去法に代表される直接法が同方程式の解法として用いられてきた．一方，内点公式を用いることによって，領域内部の任意点で解を容易に計算できる．しかしながら，観測点が境界近傍に位置する場合，基本解とその法線微係数は強い擬似特異性を示すため，解の精度は著しく悪化してしまうことが第 2 の欠点である．精度を改善する手法として，従来，正則化が同公式に適用されてきた．本論文の主テーマは上記 2 つの欠点を解決することができるかどうかを検討することである．

近年，Lanczos 原理や Arnoldi 原理を基礎とする CG 法（非対称版 CG 法）が数多く開発された結果，境界要素型連立一次方程式の解法に非対称版 CG 法も適用可能となった．また，前処理によって非対称版 CG 法の収束特性を向上させる研究が最近注目を集めている．特に，非対称版 CG 法を単独で適用した場合に収束しないか，または，ゆっくりでしか収束しない問題に対して，可変的前処理は非対称版 CG 法の収束特性を飛躍的に改善することが知られている．第 1 の欠点を克服するため，境界要素型連立一次方程式への非対称版 CG 法の適用可能性を検討する．特に，Gauss の消去法のスピードと比較することにより，GMRES(k)法及び可変的前処理付き GMRES(k)法のスピードを調べ，両法の性能を評価する．数値実験の結果，GMRES(k)法のスピードはリスタート係数に対して単調に増加し，ある限界を越えると，そのスピードは一定値に落ち着く．さらに，GMRES(k)法は Gauss の消去法とほぼ同程度のメモリ量で，最速で約 9 倍のスピードを得ることができる．これに対して，可変的前処理付き GMRES(k)法のスピードは Gauss の消去法の約 2 倍であり，かつ，リスタート係数に依存しない．また，GMRES(k))法のスピードは境界条件の種類に影響を受けにくいのに対して，可変的前処理付き

GMRES(k)法では Neumann 境界条件を付加すると，その性能が劣化する．したがって，GMRES(k)法が境界要素型連立一次方程式を解くための最良のツールになり得るといえる．

次に，第 2 の欠点を克服するため，境界近傍での解の精度向上法を開発する．内点公式の精度劣化の原因は影響係数に含まれる積分誤差が大きいことにある．積分誤差を減少させるには，高い精度示す数値積分法を採用すればよい．本論文では数値積分法として適応的自動積分を採用する．さらに，正則化をさらに改良することによって高精度正則化を提案する．一方，正則化や高精度正則化では，観測点の境界$\partial\Omega$上における最近接点 x_0 を必ず計算しなければいけない．筆者は x_0 の計算を全く必要としない仮想領域法を提案する．同法では，まず，領域Ωを内包する仮想領域Ω'を設定する．次に，$\Omega'-\Omega$内で境界値問題が成り立つと仮定して，境界条件を満たすように仮想境界上の解及びその法線微係数の分布を決定する．その結果，観測点は仮想境界からみれば，もはや境界近傍ではない．したがって，仮想境界上の積分を含む内点公式では，解の精度は悪化しないはずである．数値実験の結果，適応的自動積分を用いた内点公式は境界近傍にある解の精度を改善することができる．しかしながら，解を得るまでに多大な時間を浪費してしまう．また，高精度正則化内点公式及び仮想領域法で得られた解は正則化内点公式で得られた解よりも精度が高い．さらに，仮想領域法で得られた解の精度は仮想領域の位置に大きく依存する．仮想境界上の節点数を増加させることよって，離散化誤差を減少させることができるため，解の精度は仮想領域の位置に依存しなくなる．したがって，高精度正則化内点公式及び仮想領域法は境界近傍の解を計算するのに適しているといえる．

上記結果より，境界要素法の２つの欠点は本論文の中である程度まで解決された．

（10pt 2,000 字程度 2 頁以内）

論文内容要旨（英文）

平成 14 年度入学 大学院博士後期課程
システム情報 工学専攻 生体数理情報学 講座
学生番号 02522305
氏　　名 齋藤 歩

論文題目 Numerical Investigations on Improvement of Speed and Accuracy of Boundary Element Method

Although the boundary element method (BEM) has been so far applied to various engineering fields as the discretization method, it has two inherent demerits. First, after discretized by the BEM, the initial-boundary-value problem of the governing equations is transformed to the linear system whose coefficient matrix is not diagonally dominant. For this reason, not the stationary iterative methods but the direct methods can be applied to the BEM-type linear system. Second, the accuracy of the numerical solution is considerably degraded in the vicinity of the boundary because of the influence of the quasi-singular integration.

The main theme of the present paper is to research whether the above demerits can be resolved. For the purpose of overcoming the first demerit, we investigate the applicability of the iterative methods including the Krylov subspace methods to the BEM-type linear system. Especially, the speed of the GMRES(k) method and that of the variable preconditioned GMRES(k) method are estimated. The results of computations show that the variable preconditioned GMRES(k) method is about twice faster than the Gaussian elimination method. In this contrast, the speed of the GMRES(k) method is at most ninefold greater than that of the Gaussian elimination method. Therefore, it might be said that the GMRES(k) method could be the best tool for solving the BEM-type linear system.

To resolve the accuracy degradation in the vicinity of the boundary, the high-order regularized inner-point formula and the virtual-region method have been proposed by the authors. The former is the natural extension of the regularized inner-point formula, whereas the boundary-value problem is transformed to the inverse problem in the latter. The results of computations show the accuracy degradation of the inner-point formula is successfully suppressed by means of both proposed methods.

From the above results, it might be concluded that two inherent demerits of the BEM has been resolved to some extent in the present paper.

（12pt シングルスペース 300 語程度）

学位論文の審査及び最終試験の結果の要旨

平成１７年　１月３１日

理工学研究科長　殿

課程博士論文審査委員会
主査　神谷　淳
副査　高橋　眞映
副査　横山　晶一
副査　近藤　和弘

学位論文の審査及び最終試験の結果を下記のとおり報告します。

記

１．論文申請者
　専攻名　システム情報工学専攻
　氏　名　齋藤　歩

２．論文題目（外国語の場合は，その和訳を併記すること。）
　境界要素法の高速化と精度向上に関する数値的研究

３．学位論文公聴会
　開催日　平成１７年　１月２６日
　場　所　工学部7号棟7-320室（I教室）

４．審査年月日
　論文審査　平成１７年　１月２６日　～　平成１７年　１月２７日
　最終試験　平成１７年　１月３０日　～　平成１７年　１月３１日

５．学位論文の審査及び最終試験の結果（「合格」・「不合格」で記入すること。）
　(1) 学位論文審査　「合格」
　(2) 最終試験　「合格」

６．学位論文の審査結果の要旨（1,200字程度）
　別紙のとおり

７．最終試験の結果の要旨
　別紙のとおり

別 紙

専 攻 名	システム情報工学専攻	氏 名	齋藤 歩

学位論文の審査結果の要旨

楕円型境界値問題を境界要素法で離散化すると，非対称密行列を係数行列にもつ連立１次方程式が得られる．通常，この連立一次方程式は境界要素型連立１次方程式と呼ばれるが，その係数行列は対角優位性をもたないため，従来，同方程式の解法には Gauss の消去法系統の直接法が採用されてきた．それ故，節点数 N の増加に伴い，同方程式の計算コスト $O(N^3/3)$が飛躍的に増加するという欠点が生じていた．さらに，境界要素法はもう一つの致命的な欠点をもつ．一般に，境界要素法では，領域内の任意点での解は内点公式で評価される．しかしながら，観測点が境界のごく近傍に位置している場合，擬似特異積分の影響により解の精度が著しく劣化するのである．スピードと精度に関連した上記２つの問題点こそが境界要素法の普及と発展とを妨げてきたのである．

本論文では，GMRES(k)法と可変的前処理付き GMRES(k)法の２つの解法を境界要素型連立一次方程式へ応用し，解法のスピードと必要なメモリ量の観点からその適用可能性を検討している．さらに，内点公式の精度劣化の原因である被積分関数の擬似特異性を緩和する方法として，二種類の方法を提案している．その１つは正則化内点公式を拡張した高次正則化公式であり，他方は支配方程式が成立する領域を拡張し，元の領域を内包する仮想領域で境界要素法を適用する領域拡張法である．

本論文は以上の内容を６章構成でまとめるものである．第１章では，研究背景と位置づけを述べた後，本研究の目的と社会的意義を詳述している．第２章と第３章ではそれぞれ境界要素法と非対称版共役勾配法に関する研究の詳細なレビューを行っている．特に，非対称版共役勾配法は２つの原理を元に導き出されており，他に類を見ない体系的な説明であるといえる．第４章では，境界要素型連立一次方程式の数値解法として GMRES(k)法と可変的前処理付き GMRES(k)法を実装することにより，その有効性を論じている．その結果，GMRES(k)法により境界要素型連立一次方程式が高速かつ安定に解けることを実証している．第５章では，高次正則化内点公式と領域拡張法を提案し，その有効性を数値実験により実証している．第６章では，本研究を総括した後，今後の課題を展望して結びとしている．

以上のように，本論文は境界要素法が内包する２つの致命的欠点を殆ど完全に解決したものである．特に，第５章で導入した高次正則化内点公式と領域拡張法は，境界要素法の研究者から注目を集めており，現在最もホットな手法である．それ故，本論文の内容は境界要素法の普及と発展に大きく寄与すると予想される．この意味から，本論文は博士学位論文に十分に値するものと認められ，合格と判定する．

なお，本論文の研究成果は，既に１編の筆頭欧文学術誌論文，３編の共著欧文学術誌論文，１編の筆頭国際会議論文として刊行されている．

最終試験の結果の要旨

博士論文公聴会の質疑応答や個別面接諮問を通して，齋藤歩氏は研究の計画性，関連知識，理解力を十分備えていると認められた．さらに，４度の国際会議での発表と欧文学術誌論文の執筆を通して，コミュニケーション能力や執筆力等の語学力も十分に兼ね備えていると認められた．以上の結果から，齋藤歩氏の最終試験は合格と判定する．