

令和 6 年度入学者選抜試験問題

工 学 部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は、1 ページから 4 ページまでです。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 監督者の指示にしたがって，解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります。
- 5 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx$ を求めよ。

(2) 次のデータの平均値が 5, 分散が 2 であるとき, x, y の値を求めよ。
ただし, $x \leq y$ とする。

$$7, 4, 6, x, y$$

(3) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, 方程式 $\cos 2\theta - 3\sin \theta + 1 = 0$ を解け。

〔2〕 原点を O とする xy 平面上に点 $P(3t, 4t)$, $Q(4, -3)$ がある。 $\triangle OPQ$ に内接する円を C とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 $t > 0$ である。

(1) $\angle POQ$ の大きさを求めよ。

(2) 辺 PQ の長さを t の式で表せ。

(3) 円 C の半径を t の式で表せ。

(4) 円 C と辺 OP , OQ の接点をそれぞれ A , B とおく。円 C 上の点 A , B を結ぶ弧の短い方と線分 OA , OB とで囲まれた部分の面積を S とおく。

(i) S を t の式で表せ。

(ii) 極限值 $\lim_{t \rightarrow \infty} S$ を求めよ。

〔3〕 $0 \leq x < 2\pi$ のとき、関数

$$y = 2 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - (3 - \sqrt{3}) \sin x + (1 - \sqrt{3})(\cos x + 1)$$

について、次の問いに答えよ。

(1) $t = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ とおく。

(i) t の値の範囲を求めよ。

(ii) y を t の式で表せ。

(2) y の値の範囲を求めよ。

(3) $y = 0$ を満たす x の値をすべて求めよ。

〔4〕 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{2(2n+1)n^n}{(n+1)^{n+1}} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義し、数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = (a_n)^{\frac{1}{n}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、次の問いに答えよ。

(1) 数学的帰納法を用いて、 $a_n = \frac{(2n)!}{n! n^n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ を示せ。

(2) $\log b_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \log \left(1 + \frac{k}{n}\right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ を示せ。ただし、対数は自然対数である。

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。