

論文内容要旨 (和文)

平成16年度入学 大学院博士後期課程 地球共生圏科学専攻 共生要素科学講座

氏名 白井 悟



論文題目 Analysis of singular integral operators on Morrey spaces
(モリー空間上の特異積分作用素の解析)

古典的 Morrey 空間は2階の楕円型偏微分方程式の解の局所的な振る舞いと、変分の計算を研究するために Morrey によって導入された。後に Morrey 空間は多く著者によって Navier-Stokes と Schrodinger 方程式、不連続係数をもつ楕円型問題、ポテンシャル論に適用されている。特に Stampacchia と Campanato は1960年代中頃にそれぞれ Morrey 空間のいくつかの性質を研究した。さらに1989年に Giga と Miyakawa はある Radon 測度に関する Morrey 型空間を導入して、初速がとても特異であるときに粘性の非圧縮流体の不安定な3次元流を考察した。最近、Komori と Mizuhara、Nakai、Zorko そして多くの著者が多様な一般化 Morrey 空間を考察している。

Chiarenza と Frasca は Morrey 空間で Hardy-Littlewood 極大作用素、特異積分作用素、分数次積分作用素の有界性を証明した。関数のポテンシャルを調べるために、分数次積分作用素の有界性は元々 Adams によって研究された。Di Fazio と Ragusa は Coifman と Rochberg と Weiss、そして Chanillo による結果を Morrey 空間に一般化した。

一般化 Morrey 空間上で、Mizuhara はもし関数が BMO 関数ならば、交換子が有界作用素であることを示した。最近、Komori と Mizuhara は Hardy 空間に対する分解定理を用いて、もし交換子が一般化 Morrey 空間上で有界であるならば、関数が BMO であることを示した。

この論文では次のことを示す: 交換子がある Morrey 空間上で有界である必要十分条件は掛ける関数が BMO にあることである。そして一般化 Morrey 空間上で有界である必要十分条件は掛ける関数が BMO に属することである。また重みつき Morrey 空間を導入して Hardy-Littlewood 極大作用素、特異積分作用素、分数次積分作用素そして交換子の有界性を示す。さらに重みつき block と重みつき block によって生成される空間を導入して、もし交換子が重みつき Morrey 空間上で有界ならば、掛ける関数が BMO 関数であることを示す。最後に交換子のコンパクト性について考察する。

論文は次のように構成される:

- 第1章 導入
- 第2章 準備
- 第3章 古典的 Morrey 空間上の分数次積分作用素による交換子の有界性に対する必要十分条件
- 第4章 一般化 Morrey 空間上の分数次積分作用素による交換子の注意
- 第5章 重みつき Morrey 空間と特異積分作用素
- 第6章 重みつき block 空間と交換子の注意
- 第7章 non-doubling 測度をもつ Morrey 空間上のコンパクトな交換子

(10pt 2,000字程度 2頁以内)

論文内容要旨 (英文)

平成16年度入学 大学院博士後期課程 地球共生圏科学専攻 共生要素科学講座

氏名 白井 悟



論文題目 Analysis of singular integral operators on Morrey spaces

The classical Morrey spaces were introduced by Morrey in order to investigate the local behavior of solutions to second order elliptic partial differential equations and calculus of variations. Later, Morrey spaces have been applied to Navier-Stokes and Schrodinger equations, elliptic problems with discontinuous coefficients, potential theory due to many authors. In particular, Stampacchia and Campanato have studied some of properties on Morrey spaces in the middle of 1960's, respectively. Moreover, in 1989, Giga and Miyakawa introduced a Morrey type space with respect to a Radon measure and considered the non-stationary three-dimensional flow of a viscous incompressible fluid when the initial vorticity is very singular. Recently, Komori and Mizuhara, Nakai, Zorko, and many authors considered various generalized Morrey spaces.

Chiarenza and Frasca showed the boundedness of the Hardy-Littlewood maximal operator, a singular integral operator and the fractional integral operator in classical Morrey spaces. To see potentials of function, the boundedness of fractional integral operator was originally studied by Adams. Di Fazio and Ragusa generalized a version of Morrey spaces to results due to Coifman, Rochberg and Weiss, and due to Chanillo.

On generalized Morrey spaces, Mizuhara showed that if a function is a BMO function, then commutators are bounded operator. Recently, Komori and Mizuhara proved by using a factorization theorem for Hardy space that if the commutator is bounded on generalized Morrey spaces, then a function is in BMO.

In this paper, we shall prove that, the commutator is bounded on some Morrey spaces if and only if a multiplication function is in BMO, and on generalized Morrey spaces if and only if a multiplication function is in BMO and introduce weighted Morrey spaces and study the boundedness of the Hardy-Littlewood maximal operator, a Calderon-Zygmund operator, the Riesz potential and the linear commutator. Also we shall introduce weighted block spaces and prove that if commutator is bounded on weighted Morrey spaces,

(12pt シングルスペース 300語程度)

then a function is in the BMO space. Moreover we shall obtain some compact commutators generated by a nice function and a bounded linear operator.

Our paper is organized as follows:

Chapter 1. Introduction

Chapter 2. Preliminary

Chapter 3. Necessary and sufficient conditions for boundedness of commutators of fractional integral operators on classical Morrey spaces

Chapter 4. Notes on commutators of fractional integral operators on generalized Morrey spaces

Chapter 5. Weighted Morrey spaces and a singular integral operator

Chapter 6. Notes on weighted block spaces and commutators

Chapter 7. Compact commutators on Morrey spaces with non-doubling measures

学位論文の審査及び最終試験の結果の要旨

平成19年2月9日

理工学研究科長 殿

課程博士論文審査委員会

主 査 佐藤 圓治

副 査 水原 昂廣

副 査 櫻井 敬久

副 査

副 査



学位論文の審査及び最終試験の結果を下記のとおり報告します。

記

1. 論文申請者

専攻名 地球共生圏科学専攻

氏名 白井 悟

2. 論文題目 (英文の場合は, その和訳を併記すること。)

Analysis of singular integral operators on Morrey spaces

(モリー空間上の特異積分作用素の解析)

3. 学位論文公聴会

開催日 平成19年2月2日

場所 理学部地球科学棟27番教室

4. 審査年月日

論文審査 平成19年1月29日 ~ 平成19年2月1日

最終試験 平成19年2月2日 ~ 平成19年2月6日

5. 学位論文の審査及び最終試験の結果 (「合格」・「不合格」で記入すること。)

(1) 学位論文審査 合格

(2) 最終試験 合格

6. 学位論文の審査結果の要旨 (1,200字程度)

別紙のとおり

7. 最終試験の結果の要旨

別紙のとおり

別紙

専攻名	地球共生圏科学専攻	氏名	白井 悟
学位論文の審査結果の要旨			
<p>学位論文の研究対象は関数空間と特異積分作用素である。関数空間は、微分方程式の解の可積分性や滑らかさ等の正則性を表すために用いられる。特異積分作用素は、関数空間の間の関係を表現する。とくに分数次積分作用素は解の正則性を増大させるのに用いられる。さらに、この作用素はポテンシャル論にも関係するものであり、関数空間の1つであるモリー空間は、解の局所的な性質を考察するのに有効な関数空間である。</p> <p>第1章では、問題の背景と全体の流れについて述べている。第2章では、良く知られている事実と必要となる概念と結果について考察を加えながらまとめている。</p> <p>第3章では、分数次積分作用素に関連する交換子が古典的なモリー空間上で有界であることを示し、さらにその交換子が有界になる必要性は乗法作用素が平均振動の関数であることを与えている。これによって平均振動の関数の空間を特徴付けている。</p> <p>この結果はY. Komori and T. Mizuharaによる論文の予想に肯定的な解答を与えるものである。また、証明のアイデアを高次の交換子にも応用している。</p> <p>第4章では、モリー空間をある条件を満たす増大関数を用いて一般化し、古典的なモリー空間上で得られていた結果が、同様に成り立つことを示している。</p> <p>第5章では、実解析学で重要ないくつかの作用素の有界性を、重みをつけたモリー空間を導入し、その上で作用素の有界性を示した。この研究は東海大学の小森康雄氏との共同研究である。</p> <p>また、最後の第6章では、必ずしも2倍条件を仮定しない一般の測度空間上で、一般化モリー空間と特異積分作用素を論じ、コンパクトな交換子がコンパクトとなる十分条件を述べている。これは、東京大学出身の澤野嘉宏氏との共同研究である。</p> <p>なお、本論文の主要部分である第3章と第4章の内容に対応する2編の論文は、既に査読付き学術雑誌に掲載済みである。</p> <p>さらに、第5章と第6章の内容に対応する2編の論文は共に投稿中である。</p> <p>以上のように、これらの研究成果は学術的、数理科学的に価値のある知見を多く含んでおり、したがって、博士論文として十分なものと認め、合格と判定する。</p>			
最終試験の結果の要旨			
<p>博士論文公聴会における質疑応答、および個別面接質問により、問題の捉え方、研究の進め方、および関連する知識と語学力、理解力等、博士（理学）として、必要とされる学力と見識を備えていると認められたので、合格と判定する。</p>			