

論文内容要旨 (和文)

平成15年度入学 大学院博士後期課程 地球共生圏科学専攻 共生要素講座

氏名 王 紅慶

(印)

論文題目

Chaos One-Dimensional Maps
(カオスにおける一次元写像)

この学位論文で、1次元カオス力学系についての研究成果を述べる。テント写像とロジスティック写像はカオス写像として力学系の研究中重要な役割を果たす。最初に我々は主に Perron-Frobenius 作用素下 $L^1(X)$ における確率密度関数 f の軌道 $\{A_\varphi^n(f)(x)\}_{n=1}^\infty$ を研究する。この作用素は写像によって導かれた $L^1(X)$ 上の一つの有界線形作用素である。我々の主な結果は φ がカオス写像の時軌道 $\{A_\varphi^n(f)(x)\}_{n=1}^\infty$ は簡単な性質がある。いわゆるこの軌道は $L^1(X)$ 上一つの固定的な確率密度関数に収束する。そして、我々はテント写像 τ と一般化にされるテント写像 τ_c の間の位相的共役関数 h を構造する。我々は h の単調性、連続性と微分性を詳しく解析する。この学位論文は四つのテーマから成り立っている。

第一のテーマはカオス力学系の数学の定義の問題である。カオス力学系の一般的定義は存在しないのであるが、1980年に最初の数学の定義が与えられ、1992年にはこの定義についてエレガントな結果が得られた。我々は、これらの結果といくつかのカオス力学系の例を述べる。1992年以来、定義に関して多くの議論がなされているが、我々は1980年の Devaney の定義を採用する。

第二のテーマは確率密度関数の定義が与えられ、テントと一般化にされるテント写像によって作用される確率密度関数の軌道を研究する。我々は、これらの二つの軌道が $L^1(X)$ にある固定的な確率密度関数 $f_0(x) = \chi_{[0,1]}(x)$ に収束するのを得る。我々も、ロジスティック写像によって作用される確率密度関数の軌道を研究する。この軌道は $L^1(X)$ にある固定的な確率密度関数 $g_0(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}}$ に収束するのを得る。我々は Mathematic 5.2 によってこれらの軌道のグラフを作成する。

第三のテーマは変形したテント写像 1 と変形したテント写像 2 の定義が与えられ、それらの変形したテントによって作用される確率密度関数の軌道を研究する。二つの違った結果を得る。我々は Mathematic 5.2 によってこれらの軌道のグラフを作成する。

最後のテーマは我々は、テント写像 τ と一般化にされるテント写像 τ_c の間の位相的共役関数 h を構造する。 h の単調性、連続性と微分性を研究する。我々は共役 h の導関数の性質とルベーグ測度に関する h の非絶対連続性に関する結果を得る。この結果を証明する時二つの数列は重要な役割を果たす。一つはテント写像下のある点の(反復)軌道を定義する数列である。もう一つはある数の無限

の2進制拡張に与えられた数列である。前の役割は kneading 理論中のと類似する。値 $h(x)$ が x の軌道と深く関係する。これらの四つのテーマによって我々はカオス力学系のエッセンスを研究することができる。

我々はこの研究がカオス力学系の更なる発展の大きな手助けとなることを確信する。

学位論文の目次は 以下のようになっている。

- 1章：カオス力学系の定義と基本的な理論
- 2章：カオス写像によって作用される確率密度関数の軌道について
- 3章：変形したテント写像によって作用される確率密度関数の軌道について
- 4章：二つのテント写像の間の位相的共役について

論文内容要旨 (英文)

平成15年度入学 大学院博士後期課程 地球共生圏科学専攻 共生要素講座

氏名 王 紅慶 (印)

論文題目 Chaos One-Dimensional Maps
(カオスにおける一次元写像)

In this thesis, our research is a study of the theory of chaotic dynamical systems to the case of maps on one-dimensional space and consider mathematical formulas concerning chaotic dynamical systems. Tent map and Logistic map known as popular chaotic maps play an important role in the study of dynamical systems. First we mainly study the orbit $\{A_\varphi^n(f)(x)\}_{n=1}^\infty$ of a probability density function f in $L^1(X)$ under the Perron-Frobenius operator, which is a bounded linear operator on $L^1(X)$ derived by the map. Our main result says the property of the orbit $\{A_\varphi^n(f)(x)\}_{n=1}^\infty$ has a simple property, when φ is chaotic, that is, the orbit converges to a fixed probability density function in $L^1(X)$, and then we construct a topological conjugacy function h between Tent map τ and generalized tent map τ_c , and draw graph of h . We analyze the property of monotonousness, continuity and differentiability of h in detail. This thesis has three central themes.

In the first theme, we focus our attention on the mathematical definition of chaotic maps. Although there is no universally accepted mathematical definition of chaos, the most utilized definition was found after 1980 and in 1992, an elegant result was found concerning the definition of chaos. Though research has been progressing since 1992 on the definition of chaos, yet we shall use R. L. Devaney's definition throughout this thesis to discuss that Tent map and Logistic map are topologically conjugate.

The second theme is to give the definition of the probability density functions, and study the orbits of the probability density functions by Tent map and generalized tent map. We obtain that both of these two orbits converge to a fixed probability density function $f_0(x) = \chi_{[0,1]}(x)$ in $L^1(X)$. We also study the orbit of the probability density functions by Logistic map. We obtain that this orbit converges to a fixed probability density function g_0 defined by $g_0(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}}$ in $L^1(X)$. We draw their graphs of orbits by Mathematic 5.2 respectively.

In the third theme, we give the definitions of deformed tent map 1 and deformed tent map 2, and study the orbits of the the probability density functions by deformed Tent maps 1 and deformed tent map 2. We obtain two different results. We draw their graphs of orbits by Mathematic 5.2 respectively.

In the last theme, we construct a topological conjugacy function h between tent map τ and generalized tent map τ_c , and draw graph of h . We study the property

of monotonousness, continuity and differentiability of h . We show our main result concerning the derivative h' of conjugacy h and the detail of non-absolute-continuity of h with respect to the Lebesgue measure.

In proving our assertions, two sequences play an important role: one is the sequence denoting the orbit (itinerary) of a point under the tent map and the other is the sequence given by the infinite binary expansion of a number. The role of the former is very similar to that in the kneading theory. In our theory, we show that the value $h'(x)$ is deeply related to the orbit of x . We here note that an element of x in $[0, 1]$ is called a real number or a point by considering situation of discussion and that the symbol \mathbf{N} means the set of all positive integers.

By these four themes, we can find the essence of the study of chaotic dynamical systems. These themes will be of immense help to take further steps in researching this fascinating subjects. The contents of this thesis is stated below:

Chapter 1: Definition of chaotic dynamical systems and basic theory

Chapter 2: The orbit of probability density functions by chaos map

Chapter 3: The orbit of probability density functions by deformed tent map

Chapter 4: Topological conjugacy between two tent maps

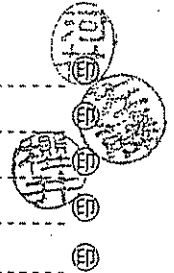
学位論文の審査及び最終試験の結果の要旨

平成19年2月9日

理工学研究科長 殿

課程博士論文審査委員会

主 査 河村 新蔵
副 査 佐藤 圓治
副 査 櫻井 敬久
副 査 _____
副 査 _____



学位論文の審査及び最終試験の結果を下記のとおり報告します。

記

1. 論文申請者

専攻名 地球共生圏科学専攻
氏 名 王 紅慶

2. 論文題目 (英文の場合は、その和訳を併記すること。)

Chaos in one-dimensional maps
(1次元写像におけるカオス)

3. 学位論文公聴会

開催日 平成19年2月2日
場 所 理学部地球科学棟27番教室

4. 審査年月日

論文審査 平成19年1月29日 ~ 平成19年2月1日
最終試験 平成19年2月 2日 ~ 平成19年2月6日

5. 学位論文の審査及び最終試験の結果 (「合格」・「不合格」で記入すること。)

(1) 学位論文審査 合格
(2) 最終試験 合格

6. 学位論文の審査結果の要旨 (1,200字程度)

別紙のとおり

7. 最終試験の結果の要旨

別紙のとおり

別紙

専攻名	地球共生圏科学専攻	氏名	王紅慶
学位論文の審査結果の要旨			
<p>この学位論文は1次元カオス力学系におけるカオス理論の概説を述べたのち、申請者の研究成果を記している。以下審査結果を各章毎および総合的に記す。</p> <p>第0章 カオス力学系研究の歴史的経緯と研究の重要性が記されていると同時に、本論文の主題が的確に述べられ、学位論文の導入部分として適切である。</p> <p>第1章 カオス力学系の定義および基本的理論が記されている。全般的には適切であるが、定義にまつわる様々な議論と最近の結果を記述しても良かったのではないか。</p> <p>第2章 確率密度関数の説明が記されている。本論文の主対象となる関数の説明であり、力学系の対象が点から関数へ移行するという説明がさらなる掘り下げがあれば、より効果的であったが、博士論文の主題に移る準備として手際よくまとめられている。</p> <p>第3章 確率密度関数のカオス写像に付随した関数空間上の線形作用素（ペロン・フロベニウス作用素）が自然に定義され、この作用素による確率密度関数の軌跡の収束性が述べられている。これは主指導教員による結果および申請者がそれらを拡張した理論であり、数学コンピュータソフトを用いて理論が図で示されており、的確である。</p> <p>第4章 学位論文の主題であり、2つのカオス写像を結ぶ同相写像の微分可能性についての結果である。正確には微分可能性の中の非絶対連続性についての結果である。この結果は解析では古くからカオス性と密接に関連した問題に新たな視点を与えている。非絶対連続という奇妙な関数が不可思議な導関数を持つというカオスの1つの観点に斬新さがある。第3章と同様に数学コンピュータソフトを用いた図が複雑かつ精緻な理論に説得力を持たせている。この章の結果は河村と共著で研究雑誌への掲載が決定しており、国際的にも認められた。</p> <p>総合 最初に理論研究の背景を説明すると共に、研究目的の位置づけを明確にした上で理論全体の枠組み、および新しい研究に至るまでの周辺の研究結果を的確に述べている。後半の中心部分において申請者の研究結果をアピールしている。総合的な判断として学位論文は合格であると判定する。</p>			
最終試験の結果の要旨			
<p>最終試験として、公聴会における質疑応答で質問された次のことについて回答を求めた。</p> <p>(1) 周期点における微分係数の判定に用いた値は、全てを尽くしているのか。</p> <p>(2) 序文の説明は適切か。</p> <p>(3) 論文において未解決となっている部分に対しどのように考えるか。</p> <p>(4) 将来の研究計画についてどのように考えているか。</p> <p>これに対して回答は次の通りである。</p> <p>(1) 精密な計算結果があり、全てを尽くしている。</p> <p>(2) 適切な表現に修正する。</p> <p>(3) および(4) 現在の主題を引き続き研究していき、未解決部分についても明らかにしたい。</p> <p>上記の回答は適切であり、総合的に判断して最終試験は合格であると判定する。</p>			