

論文内容要旨 (和文)

平成 21年度入学 大学院博士後期課程

地球共生圏科学専攻 数理科学分野

氏 名 飯田 毅士 印

論文題目 Multilinear Fractional Integral Operators on Weighted Morrey Spaces (重み付きMorrey空間上の多重線形分数冪積分作用素)

学位論文の研究対象は多重線形分数冪積分作用素を中心とする多重線形作用素の関数空間上の有界性を研究すること及び重みの理論を研究する事である。特に重み付きMorrey空間を中心とする関数空間上で、その理論を取り扱う。ここで重みとは、ほとんどいたるところで非負となる関数のことである。

分数冪積分作用素 I_α が L_p 空間から L_q 空間への有界作用素であるという結果は、Hardy-Littlewood-Sobolevの定理として、よく知られている。ここで、関係式は $0 < \alpha < n$, $1 < p < n/\alpha$, $1/q = 1/p - \alpha/n$ である。Hardy-Littlewood-Sobolevの定理は多くの偏微分方程式への応用があることが知られている。2009年にKomori-Shiraiにより、重み付きMorrey空間が導入された。また2009年にMoenにより、多重線形分数冪積分作用素の重み付きLebesgue空間の積空間上の有界性が成り立つための重みに関する必要かつ十分条件が導き出された。学位論文ではこれらの理論を基礎として次の事を研究した。

第一章、第二章では、重み付きLebesgue空間上の多重線形分数冪積分作用素の有界性について考察を行った。特に、Moenが導入した重みの条件を、 A_p 重みを使って完全に特徴付けることが出来る事を示した。 A_p 重みは1972年にMuckenhouptにより、導入された重みの条件であり、Hardy-Littlewoodの極大作用素の重み付きLebesgue空間上の有界性を特徴付けるものである。このことにより、ある A_p 重みの条件を満たす重みと多重線形分数冪積分作用素の重み付きLebesgue空間の積空間上の有界性との関連性を明らかにした。その特徴付けに関する証明方法はHölderの不等式を駆使するものである。

また、Lerner達が導入した重みの条件を満たす重みやMoenの導入した重みの条件を満たす重みを、通常よく知られている A_p 重みや $A_{p,q}$ 重みと比較しながら、基本的性質と典型例を調べた。ここで、 $A_{p,q}$ 重みとは1974年にMuckenhoupt-Wheedenにより、導入された重みの条件であり、分数冪積分作用素の重み付きLebesgue空間上の有界性を特徴付けるものである。更に、2010年にChen-Xueは斉次核を持つ多重線形分数冪積分作用素の重み付きLebesgue空間の積空間上の有界性を示した。学位論文では、重みに関する特徴付けを得たことにより、斉次核を持つ多重線形分数冪積分作用素の重み付きLebesgue空間上の有界性が成り立つ事を示した。

第三章、第四章では、Morrey空間上の多重線形分数冪積分作用素の不等式についての考察を行った。多重線形作用素の大きさを精密に取り扱うためにはベクトル値関数の大きさを評価する必要がある。そのため、Morrey空間を考える際にはMorrey空間の単なる積空間よりも精密な(ベクトル値の)関数空間としてmulti-Morrey空間を考える事は自然である。Morrey空間の積空間で現れる上限と掛け算を取る操作の順序を入れ替える事により、そのmulti-Morrey空間を得る。multi-Morrey空間が多重線形作用素の有界性を取り扱う空間として適切であることについて研究を行った。具体的に取り扱う作用素は多重線形極大作用素、多重線形Calderón-Zygmund特異積分作用素そして、多重線形分数冪積分作用素である。また、multi-Morrey空間であって、Morrey空間の積空間でない例

についても与える。ここでは、多重線形分数冪積分作用素に対するAdamsの不等式がmulti-Morrey空間上で成り立つ事を示した。そして、多重線形分数冪積分作用素に対するOlsenの不等式が成り立つことを示した。

第五章、第六章では、重み付きMorrey空間上の線形と多重線形の分数冪積分作用素に対するAdamsの不等式とOlsenの不等式を研究した。

そのために重み付きMorrey空間上におけるこれらの作用素の有界性が成り立つための重みの条件について研究を行った。そこで最初に、Adamsの論文で得られている各点不等式からHardy-Littlewood-Sobolevの定理を系に含むように重みをMorrey空間に与え、それが成り立つように重みの条件を導入した。またその条件の下で、臨界指数の場合における研究も行い、重み付きMorrey空間上からBMO空間、Lipschitz空間への有界性を示した。次に多重線形分数冪積分作用素に拡張する研究を行った。それはAdamsにより得られた各点不等式を多重線形分数冪積分作用素へと拡張し、適当な重み付きMorrey空間を考え、Kenig-Steinの結果を含むように重み付きMorrey空間の場合に拡張した。また臨界指数の場合についても同様の考察を行った。

次にHardy-Littlewoodの極大作用素の重み付きMorrey空間上で成り立つ不等式について考察を行った。その考察により、新しい重みの十分条件を得た。その着想の下で得られる線形と多重線形の分数冪積分作用素に対する重みの条件が導入される。そしてこのことにより、その重みの条件の下、重み付きMorrey空間上で成り立つ不等式について研究した。これにより、Hardy-Littlewood-Sobolevの定理、Spanneの定理、Adamsの定理、Olsenの定理、Muckenhoupt-Wheedenの定理、Moenの定理について統一的に扱う事ができることを示した。

(10pt 2,000字程度 2頁以内)







氏 名 飯田 毅士

学位論文の審査及び最終試験の結果の要旨

平成24年 2月 8日

理工学研究科長 殿

課程博士論文審査委員会

主査	佐藤 圓治	
副査	河村 新蔵	
副査	長谷見 晶子	
副査	内山 敦	
副査		
副査		

学位論文の審査及び最終試験の結果を下記のとおり報告します。

記

1. 論文申請者

専攻名 地球共生圏科学専攻
氏名 飯田 毅士

2. 論文題目 (外国語の場合は, その和訳を併記する。)

Multilinear Fractional Integral Operators on Weighted Morrey Spaces
(重み付き Morrey 空間上の多重線形分数冪積分作用素)

3. 審査年月日

論文審査 平成24年 1月25日 ~ 平成24年 2月 3日
論文公聴会 平成24年 2月 3日
場所 理学部 26番講義室
最終試験 平成24年 2月 3日

4. 学位論文の審査及び最終試験の結果 (「合格」・「不合格」で記入する。)

(1) 学位論文審査 合格
(2) 最終試験 合格

5. 学位論文の審査結果の要旨 (1,200字程度)

別紙のとおり

6. 最終試験の結果の要旨

別紙のとおり

専攻名	地球共生圏科学専攻	氏名	飯田 毅士
学位論文の審査結果の要旨			
<p>学位論文では、多重線形分数冪積分作用素を中心とする多重線形作用素の関数空間上での有界性及び、重みの理論の研究を行っている。</p> <p>第一章、第二章では、重み付き Lebesgue 空間上の多重線形分数冪積分作用素の有界性について考察を行い、2009年に Moen が導入した重みの条件について、1972年に Muckenhoupt が導入した A_p 重みの概念を用いて特徴付けを行っている。</p> <p>第三章、第四章では、Morrey 空間上の多重線形分数冪積分作用素の不等式について研究を行っている。多重線形作用素の大きさを精密に取り扱うために Morrey 空間の単なる積空間よりも精密な関数空間として multi-Morrey 空間の概念を導入し、多重線形作用素の有界性を取り扱う空間として適切であるとの結果を得ている。また、多重線形分数冪積分作用素における Adams の不等式が multi-Morrey 空間上で成り立つ事を示している。</p> <p>第五章、第六章では、重み付き Morrey 空間や直積型重み付き Morrey 空間上の多重線形分数冪積分作用素に対する Adams の不等式と Olsen の不等式を研究している。重み付き Morrey 空間上の有界性が成り立つための重みの条件について研究を行い、Hardy-Littlewood-Sobolev の結果が成立するように重み付き Morrey 空間を導入している。その上で、多重線形分数冪積分作用素へと拡張し、Kenig-Stein の結果を重み付き Morrey 空間の場合に拡張している。更に、Hardy-Littlewood の極大作用素の重み付き Morrey 空間上で成り立つ不等式について考察を行い、新しい重みの条件を導入している。その重みの条件の下で、重み付き Morrey 空間上で成り立つ不等式について研究し、1974年の Muckenhoupt-Wheeden の結果、1975年の Adams の結果、1995年の Olsen の結果、2009年の Moen の結果を統一的に扱える結果を得ている。</p> <p>本研究は、最近、盛んに研究されている関数空間上の多重線形作用素の有界性、特に多重線形分数冪積分作用素を重み付き関数空間上で論じている。2009年に Moen の導入した重みを Muckenhoupt の重みの概念で特徴づけたこと、重み付き空間上での Adams の結果の拡張、新しい関数空間 multi-Morrey 空間の導入、新しい重みの条件の提唱など、多重線形分数冪積分作用素の重み付き関数空間上での有界性について研究し、多くの知見を得ている。</p> <p>研究成果は、数学の専門学術誌 Tokyo J. of Math. , Studia Math. などに6編の論文が掲載または、掲載決定になっている。国際学会では、2011年のインドネシアでの発表、国内学会では、第50回実関数論・函数解析学シンポジウムでの招待講演での発表、実解析学シンポジウムでの発表など多くの研究発表を行っている。本学位論文は、学術研究内容に関して、有用な知見を多く含んでおり、博士（理学）学位論文として十分なものと認め、合格と判定する。</p>			
最終試験の結果の要旨			
<p>本学の規定に従い、本学位論文に対して60分の口頭発表、ならびにその後の口頭による質疑応答となる最終試験を行った。その結果、本学位申請者は、研究に対する進め方、研究上の関連する知識、学術的考察能力など、博士（理学）として必要とされる能力を十分に備えていると認められたので、合格と判定する。</p>			